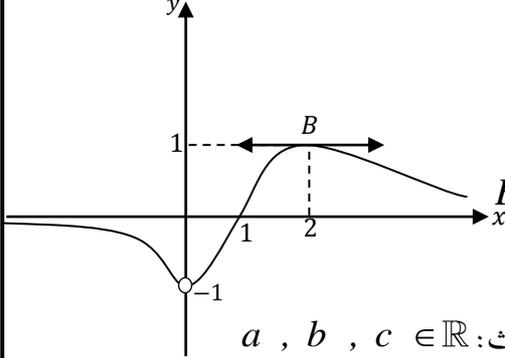


أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية:

(٤٠ درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: في الشكل المجاور: خط بياني C لتابع f

١. أوجد D_f ، $f(D)$ ، واحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

٢. دل على القيم الحدية واذكر نوعها و اكتب معادلة المماس في $B(2, 1)$

٣. عين حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$

السؤال الثاني: ليكن لدينا في المجموعة C المعادلة: $z^2 + bz + c = 0$ حيث: $a, b, c \in \mathbb{R}$

١. إذا علمت أن: $z_1 = 1 - 2i$ هو أحد جذري المعادلة ، اكتب الجذر الآخر z_2 ثم عيّن قيمة b, c .

٢. أوجد $\arg z_1 + \arg z_2$.

السؤال الثالث: ليكن لدينا التابع f المعرفة على \mathbb{R} وفق:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \cos \frac{1}{x} & : x \neq 0 \\ 0 & : x = 0 \end{cases}$$

١. أثبت أن f زوجي.

٢. ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر.

السؤال الرابع: بفرض z عدد عقدي ($z \neq i$) وأن $w = \frac{z+i}{z-i}$

أوجد مجموعة النقط $M(z)$ ليكون w عدداً حقيقياً.

(٦٠ درجة لكل سؤال)

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

التمرين الأول:

١. حل في C المعادلة التالية: $Z^2 - 8Z + 32 = 0$

٢. نفرض $a = 4 + 4i$ اكتب a بالشكل الأسّي، ثم برهن أن a^{12} عدد حقيقي سالب.

٣. نعتبر المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس النقاط A, B, C المتمثلة بالأعداد العقدية a, b, c .

بحيث: $b = 4 - 4i$ ، $c = 2 + 4i$ ، احسب النسبة $\frac{a-c}{a-b}$ وماذا تستنتج؟

٤. لتكن M' صورة M وفق دوران مباشر مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ، اوجد Z' بدلالة Z علماً أن $M(Z)$ وأن $M'(Z')$

٥. حدد طبيعة النقاط $M(Z)$ حيث $|Z - 2 - 4i| = |Z - 4 - 4i|$

التمرين الثاني: $(u_n)_{n \geq 0}$ معرفة وفق: $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$

١. أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ هندسية، علماً أن $v_n = u_n - 2$ ، و اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n .

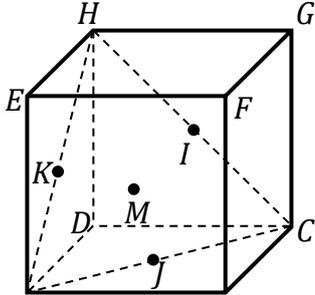
٢. بفرض أن $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ اكتب S_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الثالث: f تابع معرف على $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ وفق: $f(x) = \tan x$ خطه C ، و المطلوب:

①. أثبت أن f فردي.

②. ادرس تغيرات f على $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ و نظم جدولاً بها.

③. اكتب معادلة المقارب الشاقولي، ثم ارسم C .



(100 درجة لكل مسألة) A

التمرين الرابع: ليكن $ABCDEFGH$ مكعب حيث: K و J و I

منتصفات $[AH]$, $[AC]$, $[HC]$ على الترتيب، M مركز ثقل المثلث HAC

①. عين موضع N المعرفة بالعلاقة: $\vec{AN} = \vec{AJ} + \frac{1}{2}\vec{BF} + \frac{1}{2}\vec{EH}$.

②. أثبت أن النقاط D و M و F تقع على استقامة واحدة.

ثالثاً: حل كل من المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى: C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R}^* وفق: $f(x) = \frac{2x^3 - x^2 + 1}{x^2}$ ، و المطلوب:

①. أثبت أن $y = 2x - 1$ مقارب مائل للخط C .

②. ادرس تغيرات f و نظم جدولاً بها، و اكتب معادلة أي مقارب أفقي أو شاقولي للخط C و دلّ على القيمة الحدية محلياً.

③. أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد α يحقق $-1 < \alpha < 0$.

④. ارسم كل مقارب و ارسم C .

⑤. ناقش بيانياً حسب قيم $m \in \mathbb{R}$ عدد حلول المعادلة $2x^3 - mx^2 - x^2 + 1 = 0$.

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، لتكن النقاط:

$A(2, 4, 0)$, $B(0, 6, 0)$, $C(0, 0, 4)$, $D(0, 6, 2)$, $E(0, 0, 2)$

①. أوجد \vec{AD} , \vec{AC} واستنتج أن A, C, D لا تقع على استقامة واحدة

و اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AD]$

②. جدّ على محور الترتيب إحداثيات نقطة F متساوية البعد عن A و D .

③. بفرض $M(5, 1, 1)$, $N(5, 4, 0)$

أثبت أن الأشعة \vec{AC} , \vec{AD} , \vec{MN} مرتبطة خطياً

وبيّن وضع المستقيم (MN) بالنسبة للمستوي (ADC)

④. إذا و ضعنا النقط كما في الشكل المجاور:

فاحسب حجم الجسم $OABDC$

⑤. اكتب معادلة المخروط الناتج عن دوران الضلع OD دورة كاملة حول محور الدوران (O, \vec{k})

❖ انتهت الأسئلة ❖